

CAPITULO XIII - Osciladores y Lazos de Enganche de Fase

(A.C.R. TULIC)

XIII.1. - INTRODUCCIÓN:

Las fuentes de excitación senoidal son piezas fundamentales de muchos sistemas. Se utilizan de manera extensa en sistemas de comunicaciones, así como en casi toda aplicación electrónica lineal y son los circuitos osciladores los que cumplen con la función de generarlas. Asimismo en ciertos procesos de señal analógica se requiere el empleo de circuitos tales que excitados con dos entradas analógicas el mismo produzca una salida proporcional a su producto, son los llamadas circuitos multiplicadores analógicos. En este Capítulo serán estudiados ambos tipos de circuitos.

XIII.2.- ESTABILIDAD – CRITERIOS DE NYQUIST:

Se vio ya que un sistema realimentado oscilará si la función transferencia del lazo (producto $\beta \cdot A_a$) posee un módulo unitario cuando simultáneamente su fase ϕ_a es de 180° . Bajo dichas condiciones tal sistema produce una salida aún sin disponerse ninguna excitación a su entrada. Para el caso de los amplificadores realimentados las técnicas para determinar si un circuito puede llegar a oscilar derivaron en los conceptos de Margen Estabilidad.

El concepto de inestabilidad y realimentación positiva es común para todos los osciladores, aun cuando existen algunas variaciones del diseño básico. Otra metodología para estudiar a los sistemas realimentados, conocida como la técnica del lugar de raíces o los criterios de Nyquist, implica la determinación de los ceros y los polos originales del amplificador básico y su movimiento en el plano complejo a medida que la ganancia del lazo ($A_m \cdot \beta$ de frecuencias medias y bajas o bien D) se vaya modificando conforme varía la transferencia de la red de realimentación que se introduce.

Mediante esta última metodología se puede establecer que si la transferencia a lazo abierto del amplificador básico y en alta frecuencia dispone de sendos polos reales y negativos, como cualquiera de las monoetapas amplificadoras estudiadas en el Capítulo IX. , a lazo cerrado la transferencia para el mismo rango de frecuencias será con:

$$p_1 = -\omega_1 \quad \text{y} \quad p_2 = -\omega_2$$

$$A_{V_a} = \frac{A_{V_m} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{(s - p_1) \cdot (s - p_2)} \quad ; \quad A_{V_{af}} = \frac{A_{V_m} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{(s - p_1) \cdot (s - p_2) + \beta \cdot \frac{A_{V_m} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{(s - p_1) \cdot (s - p_2)}}$$

$$A_{V_{af}} = \frac{A_{V_m} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{(s - p_1) \cdot (s - p_2) + \beta A_{V_m} \omega_1 \omega_2} = \frac{A_{V_m} \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}{s^2 - s(p_1 + p_2) + (1 + \beta A_{V_m}) \omega_1 \omega_2}$$

así dividiendo y multiplicando por $D = (1 + \beta A_{V_m})$

$$A_{V_{af}} = \frac{(1 + \beta A_{V_m}) \omega_1 \omega_2}{s^2 - s(p_1 + p_2) + (1 + \beta A_{V_m}) \omega_1 \omega_2} \cdot \frac{A_{V_m}}{(1 + \beta A_{V_m})}$$

si en esta ultima definimos:

$$A_{V_{mf}} = \frac{A_{V_m}}{(1 + \beta A_{V_m})} = \frac{A_{V_m}}{D} \quad ; \quad \omega_n = \sqrt{D \cdot \omega_1 \cdot \omega_2} \quad ; \quad \phi = \frac{-(p_1 + p_2)}{2 \cdot \omega_n} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2 \cdot \sqrt{D \cdot \omega_1 \cdot \omega_2}}$$

$$A_{V_{af}} = A_{V_{mf}} \cdot \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \phi \omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{(XIII.1.)}$$

Puede observarse que esta transferencia dispone también de dos polos que resultarán de resolver el polinomio denominador de segundo orden:

$$s^2 + 2 \varphi \omega_n s + \omega_n^2 = 0 \quad \text{por lo tanto:}$$

$$s_1 = -\varphi \omega_n + \omega_n \cdot \sqrt{(\varphi^2 - 1)}$$

$$s_2 = -\varphi \omega_n - \omega_n \cdot \sqrt{(\varphi^2 - 1)}$$

Dado que φ y ω_n dependen de la cantidad de realimentación (D), variando a esta última se puede modificar el valor tanto de φ como de ω_n . Entonces, partiendo desde la posición de p_1 y p_2 para $D = 1$ (sin realimentar) s_1 y s_2 se van corriendo por el semieje real negativo (acercándose uno al otro) hasta que para $\varphi^2 = 1$ ambos polos s_1 y s_2 son coincidentes y equidistantes a p_1 y a p_2 (puede demostrarse que hasta allí no se registra realimentación positiva fuera de banda, es decir el sistema es completamente estable). A partir de tal condición, si continuamos aumentando la realimentación, para $\varphi < 1$ y por lo tanto $\varphi^2 < 1$ las raíces s_1 y s_2 son complejas conjugadas, de modo que:

$$s_1 = -\varphi \omega_n + j \omega_n \cdot \sqrt{(1 - \varphi^2)}$$

$$s_2 = -\varphi \omega_n - j \omega_n \cdot \sqrt{(1 - \varphi^2)}$$

cuya interpretación gráfica se observa en la figura XIII.1. y de la cual se desprende que:

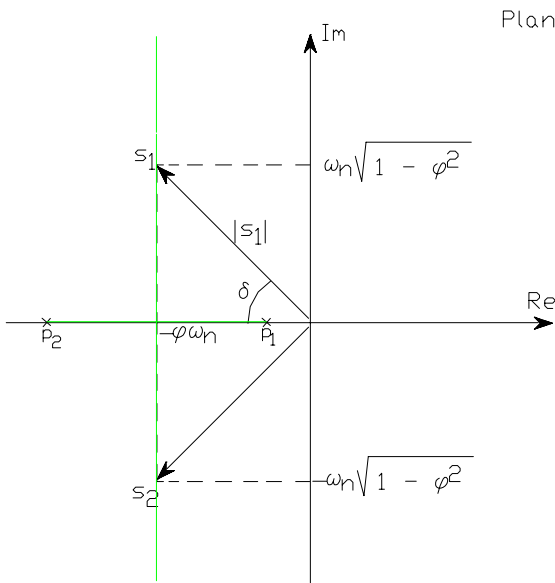


Figura XIII.1.

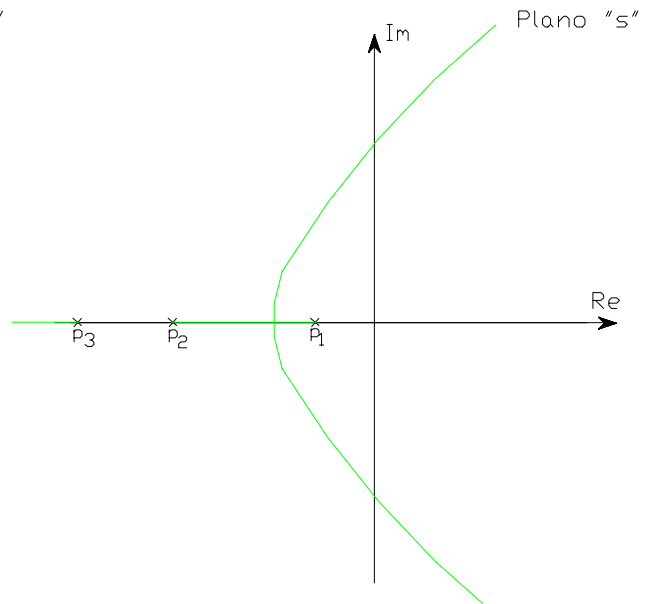


Figura XIII.2.

$$\text{sen } \delta = \frac{\omega_n \cdot (1 - \varphi^2)^{0,5}}{[s_1]} \quad ; \quad \text{cos } \delta = \frac{-\varphi \omega_n}{[s_1]} \quad ; \quad \text{tag } \delta = \frac{\text{sen } \delta}{\text{cos } \delta} = \frac{(1 - \varphi^2)^{0,5}}{\varphi}$$

A través de este análisis el estudio de la posición de los polos de la transferencia a lazo cerrado resulta ser otro método adecuado para estudiar la estabilidad de los sistemas realimentados. Más precisamente el método se conoce como el Lugar de Raíces y consiste en determinar en un plano complejo "s" cual puede ser la ubicación de los polos de la función transferencia a lazo cerrado variando la cantidad de realimentación. El resultado obtenido para este caso particular se aprecia en la figura precedente con trazo de color y grueso y puede ser corroborado mediante algún programa computacional que ayude a determinar las raíces del mencionado polinomio y presente dicho resultado en pantalla (tal como el Bode Viewer).

A título de ejemplo y con la finalidad de relacionar los conceptos del margen de fase y el lugar de raíz aplicaremos este último criterio al ejemplo ya analizado en el Capítulo X, del caso del amplificador operacional tipo

748 sin compensar (con ganancia de 100 dB y polos en 20 y 200 KHz.) como amplificador básico de un sistema realimentado negativamente con una transferencia $\beta = 0,0001$ con la diferencia que ahora consideraremos variar esta transferencia β desde 0 hasta 1.

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot F_1 = 2 \cdot 3,14 \cdot 20 \cdot 10^3 = 125,6 \text{ Krad/seg} \quad \text{y} \quad \omega_2 = 2 \cdot 3,14 \cdot 200 \cdot 10^3 = 1256 \text{ Krad/seg}$$

por lo tanto:

$$\varphi \omega_n = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = 690,8 \text{ Krad/seg}$$

Entonces variando la realimentación mientras φ^2 sea mayor o igual a 1 ya vimos que los polos de la transferencia a lazo cerrado también arrojan como resultado valores reales y negativos, tal cual ocurría con el amplificador a lazo abierto. El sentido común indicaría en este caso que el sistema realimentado es tan estable como lo es el amplificador básico y para nuestro ejemplo numérico en el límite con $\varphi^2 = 1$ ello se corresponde a valores de D desde D = 1 (sin realimentar) hasta D = 3,025 ya que:

con $\varphi = 1$

$$\omega_n = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} = 690,8 \text{ Krad/seg} \quad \text{y por lo tanto} \quad \omega_n^2 = (690,8 \text{ Krad/seg})^2$$

y como

$$\omega_n^2 = [(1 + \beta A_{Vm}) \omega_1 \omega_2] = D \cdot \omega_1 \omega_2 \quad \text{resulta} \quad D = \frac{\omega_n^2}{\omega_1 \omega_2} = \frac{477204,64}{157.753,6} = 3,025$$

y como para este valor de D el correspondiente $\beta \cdot A_{Vm} = 2,025$ o sea $\beta = 0,0002025$ y $\left| \frac{1}{\beta} \right| = 93,87 \text{ dB}$

ingresando con dicha recta de realimentación al gráfico de la figura X.13. (Capítulo X) se obtiene un margen de fase de 90 ° queriendo ello significar que todavía para esa cantidad de realimentación la misma no cambia de signo en ningún punto del espectro de frecuencias (no hay realimentación positiva a ninguna frecuencia).

Apenas los polos se hacen complejos conjugados ello es indicativo de la realimentación positiva a alguna frecuencia y se corresponde con un margen de fase inferior a 90°. Sin embargo, tal como sabemos aún con realimentación positiva en algunas frecuencias, siempre que la misma sea limitada, el dispositivo a lazo cerrado se considera estable y justamente el límite a dicha realimentación positiva lo establece el margen de fase mínimo de 45°.

Dado que para esta condición límite en los estudios de la figura X.13 (Capítulo X) ello correspondió a un $\beta = 0,0001$ y se produce un $X_m = 20 \text{ dB}$ resulta $|\beta \cdot A_{Vm}| = 10$ y por lo tanto D = 11 entonces se puede determinar ubicación en el plano complejo de los polos de la transferencia a lazo cerrado para esta condición límite:

$$\omega_n^2 = D \cdot \omega_1 \omega_2 = 11 \cdot 125,6 \cdot 1256 \cdot 10^6 = 1,7353 \cdot 10^{12} \quad \text{por lo tanto} \quad \omega_n = 1,3173 \cdot 10^6$$

luego:

$$\varphi = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2 \cdot \omega_n} = \frac{690,8 \cdot 10^3}{1,3173 \cdot 10^6} = 0,5244 \quad \text{y en consecuencia}$$

$$s_1 = -690,8 \text{ Krad/seg} + j 1,3 \cdot 10^6 \cdot (1 - 0,5244^2)^{0,5} = -690,8 \text{ Krad/seg} + j 1106,9 \text{ Krad/seg}$$

y análogamente $s_2 = -690,8 \text{ Krad/seg} - j 1106,9 \text{ Krad/seg}$

pudiéndose constatar que la magnitud de la parte imaginaria es relevante ya que es más de una vez y media la parte real. Finalmente a partir de dicha situación el aumento de la realimentación por encima de $\beta = 0,0001$ ocasiona alta inestabilidad en el sistema y la parte imaginaria de los polos continuará aumentando hasta que para $\beta = 1$ tales polos complejos conjugados alcanzan una situación límite de máximo alejamiento entre si (690,8 Krad/seg +j infinito).

Mediante el auxilio del mencionado programa computacional (Bode Viewer) es posible extrapolar estos razonamientos al caso de un sistema amplificador básico que disponga tres polos reales y negativos en su

comportamiento de alta frecuencia. El Lugar de Raíces de este caso particular puede apreciarse en el gráfico de la figura XIII.2. comprobándose que ahora los dos polos más bajos describen un movimiento de acercamiento entre sí al igual que en el caso anterior en tanto que el polo más alto en frecuencia se corre hacia $-\infty$. Pero los dos primeros polos una vez que se hacen coincidentes nuevamente comienzan a ser complejos conjugados y a medida que se incremente la realimentación se van moviendo pero describiendo una especie de hipérbola y cruzando al semiplano derecho para alguna cantidad de realimentación importante.

Entonces volviendo a nuestra función transferencia a lazo cerrado, si tomamos como señal de excitación un impulso unitario, para este caso la salida será:

$$A_{Vaf} = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = A_{Vmf} \cdot \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\phi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{con} \quad V_s(s) = 1$$

$$V_o(s) = \frac{A_{Vmf} \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2\phi\omega_n s + \omega_n^2} \quad \text{cuya antitransformada nos proporciona } V_o(t) :$$

$$V_o(t) = \frac{e^{-\phi\omega_n t}}{(1 - \phi^2)^{0,5}} \cdot \text{sen} [\omega_n (1 - \phi^2)^{0,5} \cdot t + \delta] \quad (\text{XIII.2.})$$

cuya representación gráfica se puede observar en la figura XIII.3. para tres casos diferentes, que corresponden a diferentes valores del producto $(\phi \omega_n)$:

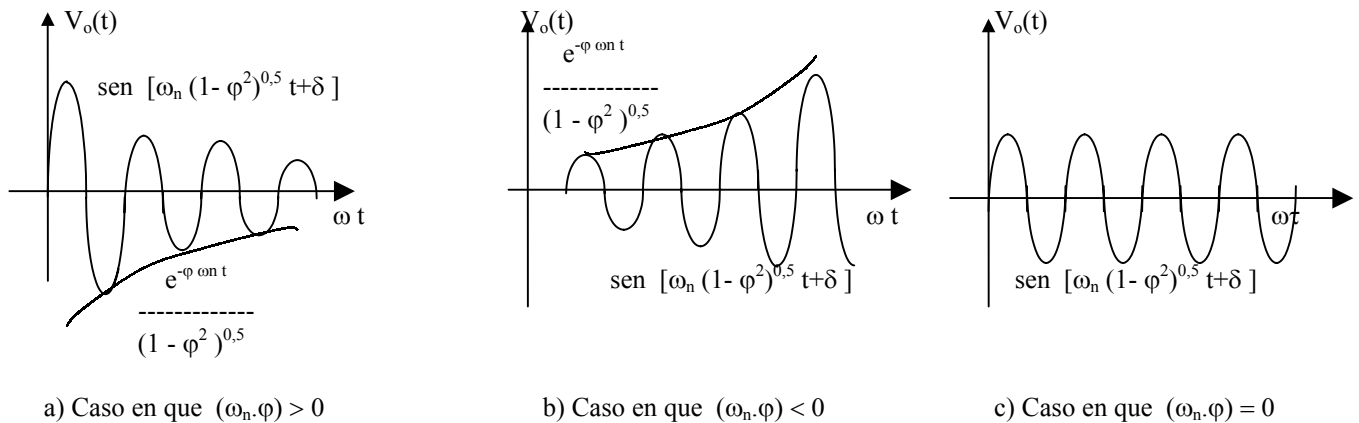


Figura XIII.3.

en consecuencia, en el dominio temporal (antitransformando) y aún sin señal presente a la entrada ($V_s = 0$) ya que el impulso puede ser interpretado a consecuencia de cualquier transitorio que se registre en el circuito, la tensión de salida resulta ser una señal senoidal afectada por una función exponencial por lo que la amplitud de la misma se verá afectada dependiendo del valor que adopte la parte real de dichos polos complejos conjugados pudiéndose observar los tres casos representados en la figura precedente y que corresponden a sistemas realimentados con moderada inestabilidad para el caso XIII.3.a) y con alto grado de inestabilidad para los casos XIII.3.b) y XIII.3.c).

Cabe aclarar que para el caso de dos polos, tal como el ejemplo numérico que estuvimos relacionando el lugar de raíces establece que no existe la posibilidad de que la parte real de los polos a lazo cerrado se haga cero o mucho menos positiva por lo que la respuesta típica frente a un transitorio es la de una oscilación amortiguada tal como lo representa la figura XIII.3.a).

Cuanto mayor sea la parte real negativa de los polos a lazo cerrado (comparada con la parte imaginaria) más rápidamente se extinguirá la oscilación y el caso límite correspondiente a un margen de fase de 45° correspondió a una magnitud de la parte imaginaria alrededor de una vez y media la parte real. A partir de dicho límite si se aumenta la realimentación la parte imaginaria de los polos a lazo cerrado pasa a ser mas importante y la oscilación perdura

durante un número mayor de periodos. El margen de fase se reduce por debajo de 45° y el sistema se torna francamente inestable.

Volviendo a la figura XIII.3.c) la ultima de las posibilidades corresponde a una señal senoidal de amplitud constante que es lo que se busca en un circuito oscilador por lo que concluimos que todo oscilador deberá contar en su transferencia con polos complejos conjugados ubicados en el eje imaginario (imaginarios puros y conjugados). Entre los osciladores comunes se incluyen los osciladores con puente de Wien, de desplazamiento de fase, Colpitts y Hartley, alguno de los cuales serán examinados en el presente trabajo.

En esta instancia cabe aclarar que para que los polos complejos conjugados del sistema a lazo cerrado pasen al semiplano derecho una posibilidad es que el amplificador básico disponga de tres o más polos de alta frecuencia tal como se mostró en una de las figuras con ayuda del Bode Viewer y otra alternativa es que la red de realimentación deje de ser resistiva pura como ocurre en los amplificadores y pase a contener elementos reactivos. Esto mismo es lo que ocurría en el circuito derivador teórico o inestable en el que como pudo probarse tiene lugar la condición de oscilación.

XIII.3.- CIRCUITOS OSCILADORES TIPICOS:

Volviendo a nuestro problema comenzaremos estudiando el circuito mostrado en la figura XIII.4 ya que muchos de los osciladores estándar se pueden modelar de esta forma.

Si en dicha figura Z_1 y Z_2 son capacitores y Z_3 es un inductor, el circuito se conoce como oscilador Colpitts, en cambio si Z_1 y Z_2 son inductores y Z_3 es un capacitor, el circuito es un oscilador Hartley. En este circuito R_o es en principio, la resistencia de salida del amplificador operacional.

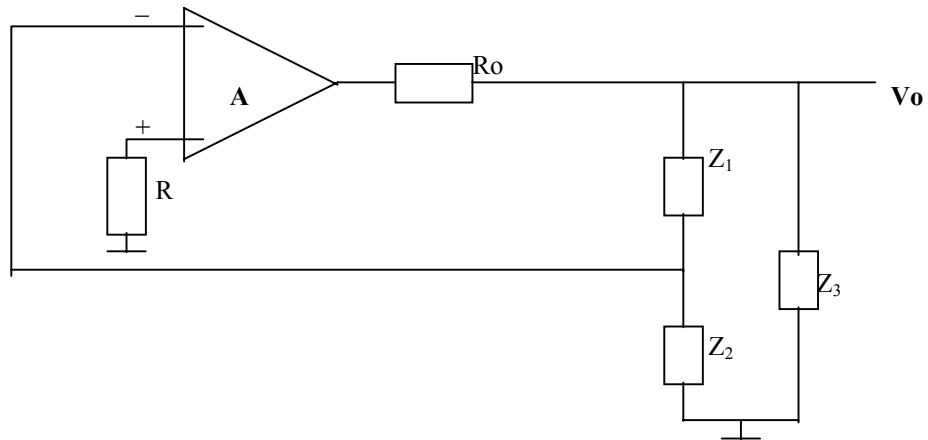


Figura XIII.4.

El diagrama dipolar oportunamente presentado (Capítulo VII) en la Figura VII.5. es también un buen modelo para estudiar a los osciladores en su inicio, con aclaración de que al contrario de la realimentación negativa mostrada en los amplificadores realimentados, en los osciladores la realimentación debe hacerse positiva, característica ésta que es contemplada por el circuito de la figura XIII.4.

Muchos osciladores prácticos, los más comunes, se pueden modelar según dicho esquema que para este caso puede considerarse como un amplificador realimentado sin excitación exterior y con una configuración tipo Tensión-Serie (si la eventual excitación exterior se volcara sobre el terminal no inversor), para la cual:

$$\beta = \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

El amplificador básico sin realimentar pero cargado con la red de realimentación se observa en la figura XIII.5.

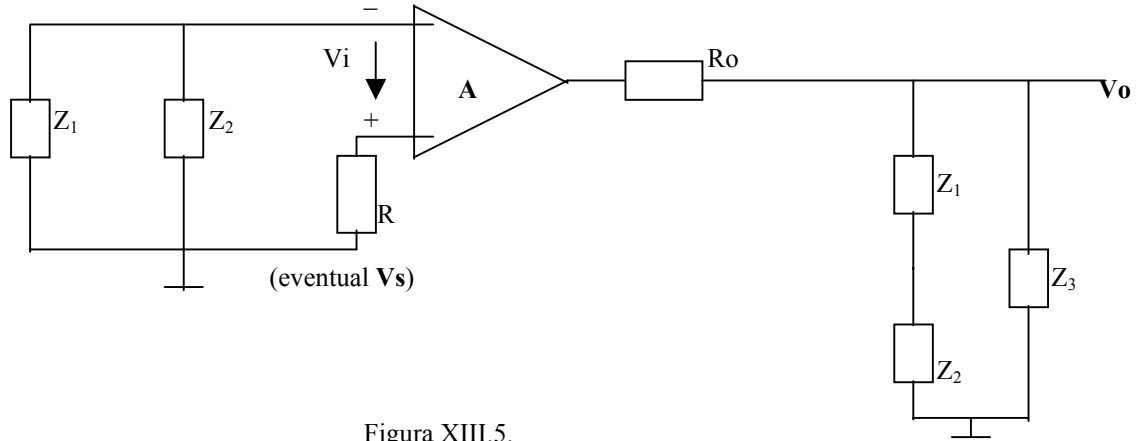


Figura XIII.5.

Aquí la Ganancia de Tensión del circuito sin realimentar se puede determinar haciendo:

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = A \cdot \frac{Z_3 // (Z_1 + Z_2)}{Z_3 // (Z_1 + Z_2) + R_o} = A \cdot \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2) + R_o \cdot (Z_1 + Z_2 + Z_3)}$$

$$A_{V_s} = \frac{V_o}{V_s} = A \cdot \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2) + R_o \cdot (Z_1 + Z_2 + Z_3)} \cdot \frac{R_{id}}{(Z_1 // Z_2) + R_{id} + R}$$

En consecuencia la transferencia del lazo ($A_{V_s} \cdot \beta$):

$$A_{V_s} \cdot \beta = A \cdot \frac{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2)}{Z_3 \cdot (Z_1 + Z_2) + R_o \cdot (Z_1 + Z_2 + Z_3)} \cdot \frac{R_{id}}{(Z_1 // Z_2) + R_{id} + R} \cdot \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

Si se trata del oscilador Colpitts, tal como se dijo Z_1 y Z_2 son sendos condensadores C_1 y C_2 y Z_3 esta conformada por un inductor L , de modo que considerando R_{id} mucho mayor que $[(Z_1 // Z_2) + R]$ y reemplazando dichas impedancias en las ecuaciones anteriores:

$$A_{V_s} = A \cdot \frac{s \cdot L \cdot \left(\frac{1}{s C_1} + \frac{1}{s C_2} \right)}{s \cdot L \cdot \left(\frac{1}{s C_1} + \frac{1}{s C_2} \right) + R_o \cdot \left(\frac{1}{s C_1} + \frac{1}{s C_2} + s \cdot L \right)} \quad ; \quad \beta = \frac{C_1}{C_1 + C_2}$$

con lo que operando y llamando $C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ la ganancia a lazo cerrado $A_{V_{sf}} = \frac{A_{V_s}}{1 + \beta A_{V_s}}$

$$A_{V_s} = A \cdot \frac{s \cdot (L/R_o)}{s^2 \cdot L \cdot C_{eq} + s \cdot (L/R_o) + 1}$$

$$A_{V_{sf}} = \frac{A \cdot \frac{s \cdot (L/R_o)}{s^2 \cdot L \cdot C_{eq} + s \cdot (L/R_o) + 1}}{1 + A \cdot \frac{s \cdot (L/R_o)}{s^2 \cdot L \cdot C_{eq} + s \cdot (L/R_o) + 1}}$$

$$A_{Vsf} = \frac{A \cdot s \cdot (L/R_o)}{s^2 \cdot L \cdot C_{eq} + s \cdot \left(\frac{L}{R_o}\right) + 1 + A \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot s \left(\frac{L}{R_o}\right)}$$

finalmente la transferencia a lazo cerrado resulta ser:

$$A_{Vsf} = \frac{A \cdot s \cdot (L/R_o)}{s^2 \cdot L \cdot C_{eq} + s \cdot \left(\frac{L}{R_o}\right) \left(1 + A \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2}\right) + 1} \quad (XIII.3.)$$

y si en esta última se impone la condición que la reactancia inductiva sea muy inferior a la resistencia de salida, para lo cual en ocasiones debe agregarse un resistor físico en serie con la salida del Op.Amp., la transferencia se reduce tal como se indica seguidamente.

$$A_{Vsf} = \frac{A \cdot s \cdot \frac{1}{R_o \cdot C_{eq}}}{s^2 + \frac{1}{L \cdot C_{eq}}} \quad (XIII.4.)$$

vale decir que la misma dispone de polo en:

$$s = \sqrt{-\frac{1}{L \cdot C_{eq}}} \quad \text{así:} \quad \begin{cases} s_1 = +j \omega_o \\ s_2 = -j \omega_o \end{cases} \quad \text{con} \quad \omega_o = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C_{eq}}} \quad (XIII.5.)$$

Vale decir que se tienen dos polos imaginarios puros y conjugados por lo que oscilará a la frecuencia de dicho polos:

$$F_o = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_{eq}}} \quad (XIII.5'.)$$

La condición $(\omega L / R_o)$ pequeña significa que la parte real de tales polos sea despreciable, de modo que el amortiguamiento o la exponencial asociada a la ecuación:

$$K e^{-\frac{(L/R_o) t}{\tau}} \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot F_o \cdot t)$$

pueda despreciarse y la amplitud de la señal senoidal a la salida permanezca constante. De esta forma un transitorio en el circuito puede ser interpretado por éste como un impulso unitario para V_s , por lo que a la salida se tendrá:

$$V_o(s) = K \frac{s}{s^2 + \omega_o^2} \quad \text{con} \quad K = A \cdot \frac{1}{R_o \cdot C_{eq}}$$

por lo que antitransformando, la tensión de salida resulta: $V_o(t) = K \cdot \cos(\omega_o t)$

que era lo buscado, debiendo conseguirse que además de la amplitud K también la frecuencia f_o sea estable.

Un ejemplo práctico de este tipo de oscilador Colpitts se presenta en la figura XIII.6 El valor de los componentes se seleccionan para una polarización adecuada para el transistor. Como ejemplo supongamos que:

$$R = r_{be} // R_b = 1 \text{ KOhm} , \quad \text{como el valor típico de } r_{be} = 1 \text{ KOhm} \text{ esto supone que } R_b \gg 1 \text{ KOhm.}$$

Si además suponemos que $g_m = 0,4 \text{ mA/V}$, lo cual implica una $I_{CQ} = 10 \text{ mA}$ por lo que ello se puede lograr con $R_E = 1 \text{ K}\Omega$ - $I_{CQ} \cdot R_E = 10 \text{ V}$ - $V_{CEQ} = 5 \text{ V}$ y $V_{CC} = 15 \text{ V}$. Si además $h_{FE} = 100$ y $R_B = 10 \text{ K}\Omega$

$$V_{BB} = I_{CQ} \cdot R_E + V_{BEu} = 10 + 0,7 = 11 \text{ V}$$

El circuito equivalente de señal se representa en la figura XIII.7.

Supongamos requerirse una frecuencia de oscilación de 712 KHz. Como

$$F_o = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C_1 \cdot C_2 / (C_1 + C_2)}}$$

se tienen solo una ecuación y tres incognitas. Debemos adoptar dos de ellas. Supongamos $C_1 = C_2 = 1 \text{ nF} = 10^{-9} \text{ F}$

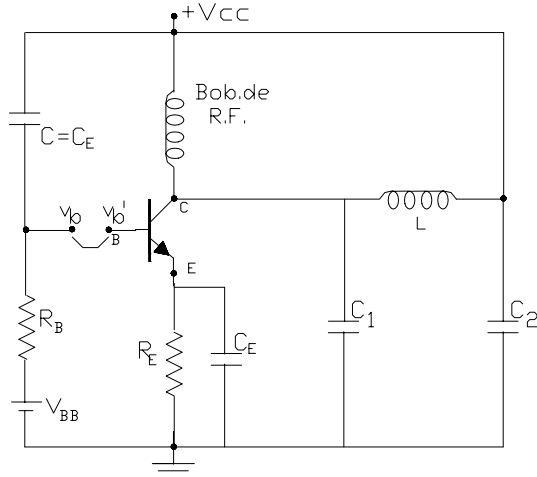


Figura XIII.6.

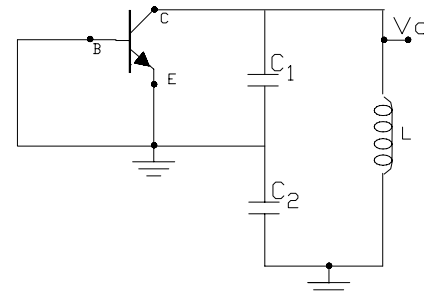


Figura XIII.7.

entonces:

$$F_o = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot (L \cdot 5 \cdot 10^{-10})^{0,5}}$$

$$F_o^2 = \frac{1}{(6,28)^2 \cdot L \cdot 5 \cdot 10^{-10}} \quad \text{por lo que} \quad L = \frac{1}{39,44 \cdot 5 \cdot 10^{-10} \cdot (712 \cdot 10^3)^2}$$

$L = 100 \text{ }\mu\text{Hy}$ es un inductor realizable. Se puede comprobar que la transferencia válida para el lazo cerrado ($V_b / V_{b'}$) se puede hallar considerando el circuito equivalente de salida de la figura XIII.8. en donde:

$$\frac{V_b}{V_{b'}} = \frac{-g_m}{s^3 L R C_1 C_2 + s^2 L C_1 + s(R C_1 + R C_2) + 1}$$

en nuestro caso:

$$L R C_1 C_2 = 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^3 \cdot 10^{-18} = 10^{-19}$$

$$L C_1 = 0,1 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-9} = 10^{-13}$$

$$R C_1 + R C_2 = . 10^3 \cdot 10^{-9} + 10^3 \cdot 10^{-9} = 2 \cdot 10^{-6}$$

por lo tanto:

$$\frac{V_b}{V_b'} = \frac{-0,4}{s^3 \cdot 10^{-19} + s^2 \cdot 10^{-13} + s \cdot 2 \cdot 10^{-6} + 1}$$

que se puede factoriar haciendo:

$$\frac{V_b}{V_b'} = \frac{-0,4}{(2 \cdot 10^{-6} \cdot s + 1) (s^2 \cdot 5 \cdot 10^{-14} + s \cdot 2,5 \cdot 10^{-8} + 1)}$$

observándose que esta expresión posee un polo real y negativo en

$$p = - \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} = -0,5 \cdot 10^6$$

mientras que resolviendo la ecuación de segundo orden:

$$s^2 \cdot 5 \cdot 10^{-14} + s \cdot 2,5 \cdot 10^{-8} + 1 = 0$$

surgen los otros dos polos complejos conjugados en:

$$p_{1,2} = \frac{-2,5 \cdot 10^{-8}}{10^{-13}} \pm \sqrt{\left(\frac{2,5 \cdot 10^{-8}}{10^{-13}}\right)^2 - \frac{1}{5 \cdot 10^{-19}}}$$

$$p_{1,2} = -2,5 \cdot 10^5 \pm \sqrt{-1993,75 \cdot 10^{10}} \quad \text{con:} \quad \begin{aligned} p_1 &= -2,5 \cdot 10^5 + j 44,65 \cdot 10^5 \\ p_2 &= -2,5 \cdot 10^5 - j 44,65 \cdot 10^5 \end{aligned}$$

notándose que la parte imaginaria es un orden de magnitud superior a la parte real (amortiguamiento despreciable) y en donde la frecuencia de oscilación es:

$$F = \frac{44,65 \cdot 10^5}{6,28} = 711 \text{ KHz} \quad \text{que era lo buscado.}$$

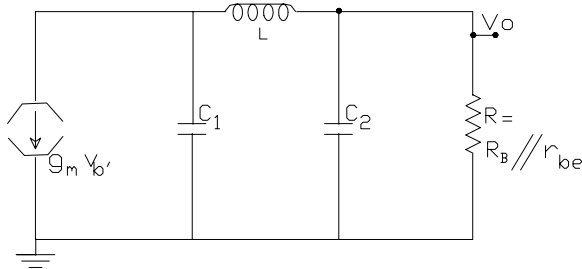


Figura XIII.8.

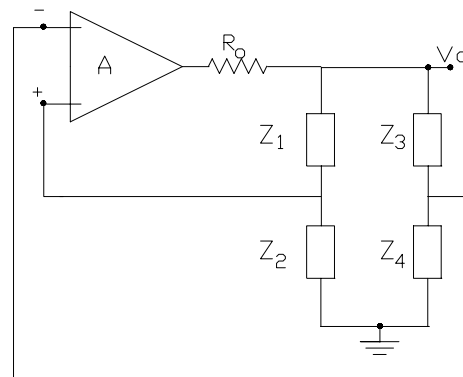


Figura XIII.9.

El oscilador Puentes de Wien se consigue modificando la red de realimentación, tal como se indica en la figura XIII.9. Se observa que la conformación de impedancia Z_1 , Z_2 , Z_3 y Z_4 establecen un circuito tipo puente en donde la entrada del Op. Amp. se conecta como para amplificar algún desbalance que se detecte en el circuito puente.

Como se dijo el oscilador tipo puente de Wien en el que las impedancias Z_3 y Z_4 son resistivas puras en tanto que en las posiciones de Z_1 y Z_2 se colocan circuitos tipo R C tal como se indica en el circuito de la figura XIII.10.

Como en el circuito tipo puente la condición de equilibrio del mismo se obtiene cumpliendo:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{Z_3}{Z_4} \quad (\text{XIII.6.})$$

Para lograrlo se deberá considerar que:

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1}{s C_1 R_2} (1 + s C_1 R_1) \cdot (1 + s C_2 R_2)$$

De modo que si, por ejemplo: $C = C_1 = C_2$ y $R = R_1 = R_2$

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{1}{s C R} (1 + s C R)^2$$

Entonces en el régimen armónico, llamando

$$\omega_0 = \frac{1}{C \cdot R}$$

$$\frac{R_3}{R_4} = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}} (1 + j \frac{\omega}{\omega_0})^2 = \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_0}} (1 + j 2 \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})$$

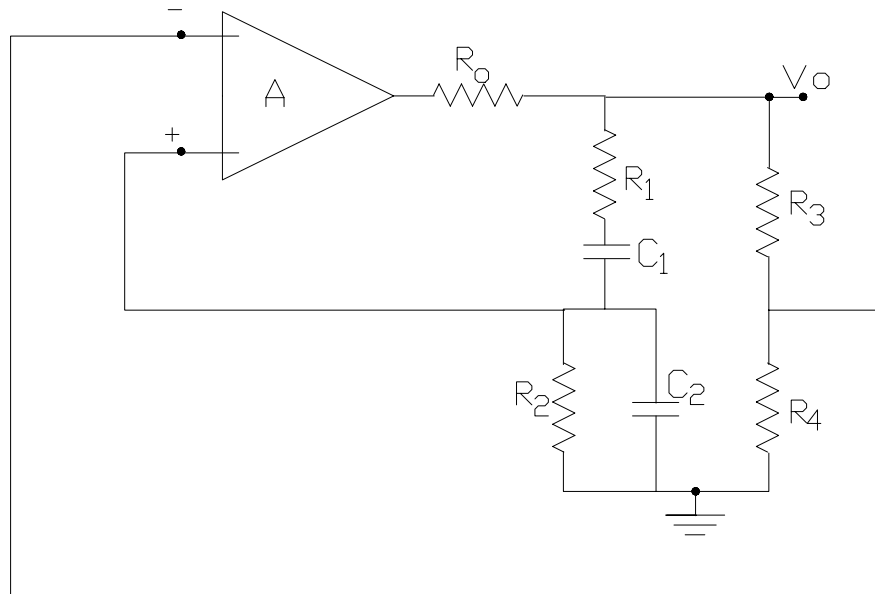


Figura XIII.10.

$$\frac{R_3}{R_4} = -j \frac{\omega_0}{\omega} + 2 + j \frac{\omega}{\omega_0} = 2 + j \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

luego para

$$\omega = \omega_0 \quad \text{ello implica que} \quad \frac{R_3}{R_4} = 2$$

y el equilibrio significa que $V_i = 0$ y aún así V_o a la salida es distinta de cero, lo cual implica que el circuito oscila a la frecuencia F_o .

Esta topología presenta una fundamental ventaja respecto a las configuraciones Colpitts y Hartley y es que no emplea ningún componente inductor L , lo cual lo hace más sencillo de realizar, menos pesado, menos voluminoso y por fin, también menos costoso. Un circuito práctico en este caso puede ser el que se indica en la figura XIII.11. En dicho circuito, si por ejemplo:

entonces: $R_3 = 100 \text{ KOhm}$ y $R_4 = 50 \text{ KOhm}$

$$\frac{R_3}{R_4} = 2 \quad \text{y si además:} \quad C = 159 \text{ pF} \quad \text{y} \quad R = 10 \text{ KOhm}$$

resulta:

$$F_o = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot C \cdot R} = \frac{1}{6,28 \cdot 159 \cdot 10^{-12} \cdot 10^4} = 100 \text{ KHz}$$

Para el estudio de la estabilidad o condición de oscilación consideraremos que el conjunto Op. Amp. R_3 y R_4 dan como resultado un amplificador tal que a lazo cerrado posee una ganancia en frecuencias medias que como sabemos es:

$$A_{mf} = \frac{A_m}{D} = 1 + \frac{R_3}{R_4} \quad , \quad \text{una frecuencia de corte superior} \quad F_{csf} = D \cdot F_{cs}$$

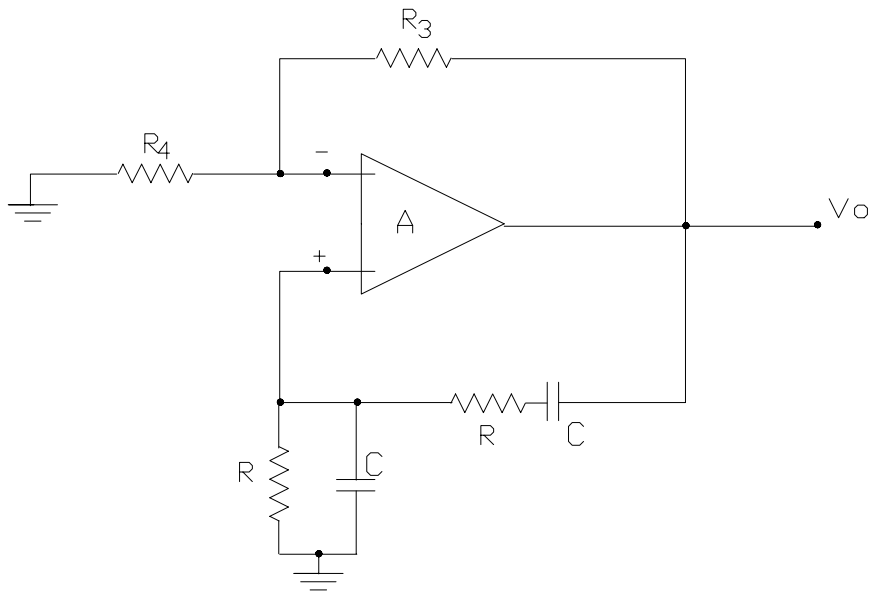


Figura XIII.11

y una resistencia de entrada de valor: $R_{isf} = D \cdot R_{is} = D \cdot [R_{id} + (R_3 // R_4)]$

siendo A_m y F_{cs} y R_{id} la ganancia, el ancho de banda y la resistencia de entrada diferencial del amplificador operacional a lazo abierto en tanto que a lazo cerrado:

$$A_{af}(s) = \frac{A_{mf}}{1 + \frac{s}{p_1}} \quad \text{con } p_1 = - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot F_{csf}}$$

Entonces para un adecuado funcionamiento deberá cumplirse que $F_o < \frac{F_{csf}}{10}$

Así para una eventual señal que estuviese aplicada en el terminal no inversor en conjunto con la red de realimentación, formada por el divisor R C serie, R C paralelo el circuito a estudiar sería el que indica en la figura XIII.12. En dicho circuito se tiene:

$$I(s) = (V_i - V_s) \cdot \left(\frac{1}{R} + sC \right) \quad (\text{XIII.7.})$$

$$I(s) = \frac{(V_o - V_i)}{R + \frac{1}{sC}} \quad (\text{XIII.8.})$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{A_{mf}}{1 + \frac{s}{p_1}} \quad (\text{XIII.9.})$$

entonces igualando XIII.7.) y (XIII.8.):

$$(V_i - V_s) \cdot \left(\frac{1}{R} + sC \right) = (V_o - V_i) \cdot \frac{1}{R + \frac{1}{sC}}$$

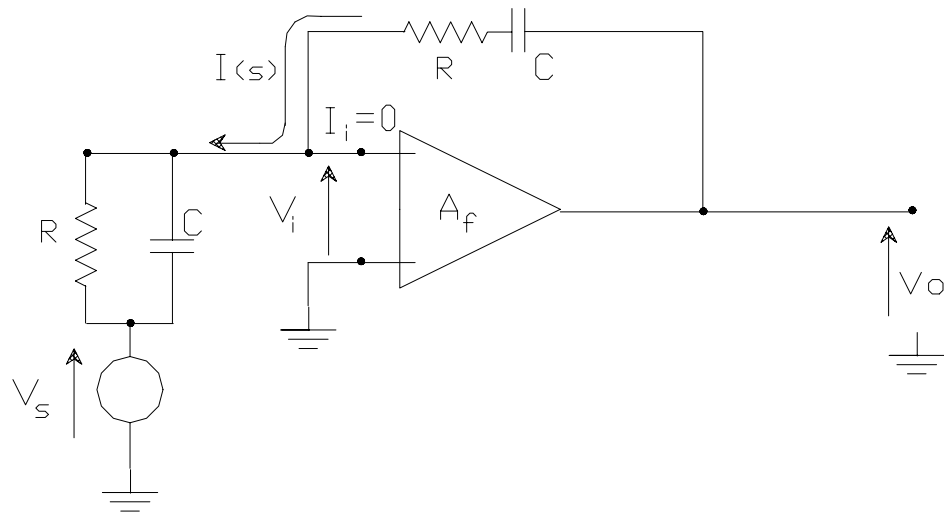


Figura XIII.12

$$V_i \left(\frac{1 + s C R}{R} \right) - V_s \left(\frac{1 + s C R}{R} \right) = V_o \left(\frac{s C}{1 + s C R} \right) - V_i \left(\frac{s C}{1 + s C R} \right)$$

reemplazando V_i mediante la expresión (XIII.9):

$$V_o \left[\frac{1 + (s/p_1)}{A_{mf}} \right] \left(\frac{1 + s C R}{R} \right) - V_s \left(\frac{1 + s C R}{R} \right) = V_o \left(\frac{s C}{1 + s C R} \right) - V_o \left(\frac{s C}{1 + s C R} \right) \left[\frac{1 + (s/p_1)}{A_{mf}} \right]$$

agrupando y operando matemáticamente:

$$V_s \left(\frac{1 + s C R}{R} \right) = V_o \left\{ \left[\frac{1 + (s/p_1)}{A_{mf}} \right] \left(\frac{1 + s C R}{R} \right) - \left(\frac{s C}{1 + s C R} \right) + \left(\frac{s C}{1 + s C R} \right) \left[\frac{1 + (s/p_1)}{A_{mf}} \right] \right\}$$

$$V_s (1 + s C R) = V_o \left\{ \frac{[1 + (s/p_1)] (1 + s C R)^2 - s C R A_{mf} + s C R [1 + (s/p_1)]}{A_{mf} (1 + s C R)} \right\}$$

luego, la transferencia es:

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \left\{ \frac{(1 + s C R)^2 A_{mf}}{[1 + (s/p_1)] (1 + s C R)^2 - s C R A_{mf} + s C R [1 + (s/p_1)]} \right\}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \left\{ \frac{(1 + s C R)^2 A_{mf}}{[1 + (s/p_1)] (s^2 C^2 R^2 + 3 s C R + 1) - A_{mf} s C R} \right\}$$

Entonces si solo se desea analizar dicha transferencia hasta frecuencias de solo una década por debajo de la frecuencia de corte F_{csf}

$$[1 + (s/p_1)] = 1 \quad \text{y en consecuencia}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \left[\frac{(1 + s C R)^2 A_{mf}}{s^2 C^2 R^2 + s C R (3 - A_{mf}) + 1} \right] \quad \text{(XIII.10.)}$$

Cuyos polos son:

$$s_{1,2} = \frac{-(3 - A_{mf}) C R}{2 C^2 R^2} \pm \sqrt{\frac{(3 - A_{mf})^2 C^2 R^2}{4 C^4 R^4} - \frac{4 C^2 R^2}{4 C^4 R^4}}$$

$$s_{1,2} = \frac{-(3 - A_{mf})}{2 C R} \pm \sqrt{\frac{(3 - A_{mf})^2}{4 C^2 R^2} - \frac{1}{C^2 R^2}} \quad \text{(XIII.11.)}$$

Para obtener polos complejos conjugados debe cumplirse que: $1 < A_{mf} < 5$ en tanto que para que los mismos sean imaginarios puros:

$$A_{mf} = 3 \quad \text{y por lo tanto} \quad s_{1,2} = \pm j \frac{1}{C R}$$

y en consecuencia, para los componentes de nuestro ejemplo numérico comprobamos que:

$$A_{mf} = \frac{A_m}{D} = 1 + \frac{R_3}{R_4} = 1 + \frac{100 \text{ KOhm}}{50 \text{ KOhm}} = 3$$

Con lo que

$$s_1 = +j 628 \text{ Krad/seg} \quad \text{y} \quad s_2 = -j 628 \text{ Krad/seg}$$

Un oscilador con redes de desplazamiento de fase se ajusta al esquema de amplificador realimentado como se observa en la figura XIII.13. Se trata de una configuración operacional inversor en la que la red de realimentación esta conformada por una red RC, tal que a la frecuencia de oscilación produce una rotación de fase de -180° a los efectos de que a dicha frecuencia la realimentación se transforma en positiva.

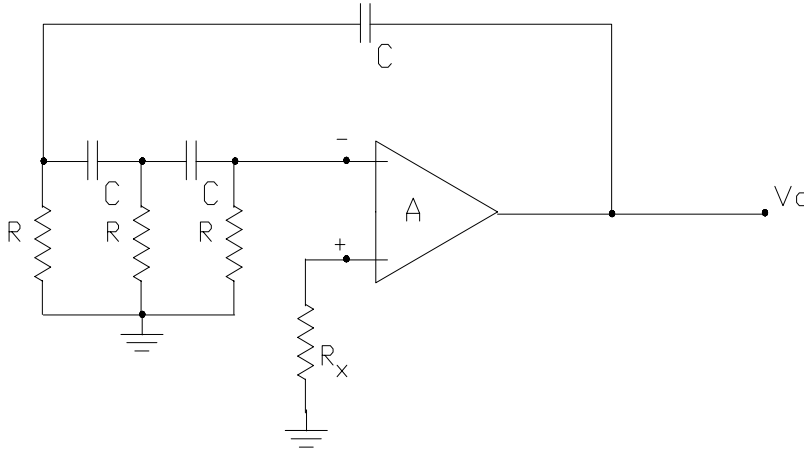


Figura XIII.13.

Como se tienen tres celdas R C, cada una debe incorporar una fase de -60° con lo que:

$$\text{arctag} \left(\frac{1}{\omega_o \cdot C \cdot R} \right) = 60^\circ \quad \text{por lo tanto} \quad \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f_o \cdot C \cdot R} \right) = 1,73$$

En consecuencia:

$$f_o = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1,73 \cdot C \cdot R}$$

En la práctica, se requieren más de tres redes R C debido a que cada sección carga a la anterior y, en consecuencia, cambia su característica. Una alternativa a utilizar más de tres redes R C es añadir una etapa separadora (buffer) entre cada par de redes con el fin de reducir los efectos de carga.

Otro circuito que responde a este tipo de oscilador es el que se indica en la figura XIII.14. Si en él, por ejemplo $R = 10 R_s$ entonces dado que el Op. Amp en conjunto con la red R_f y R_s forman un amplificador operacional inversor en el cual la ganancia es:

$$A_{vf} = - \frac{R}{R_s} = - 10$$

en este caso las tres celdas R C deben introducir una atenuación de 2,155 cada una a los efectos de que el módulo del producto $(\beta \cdot A)$ sea unitario a la frecuencia de oscilación, con lo cual partiendo de la transferencia de cada celda como si se tratara de un divisor de tensión:

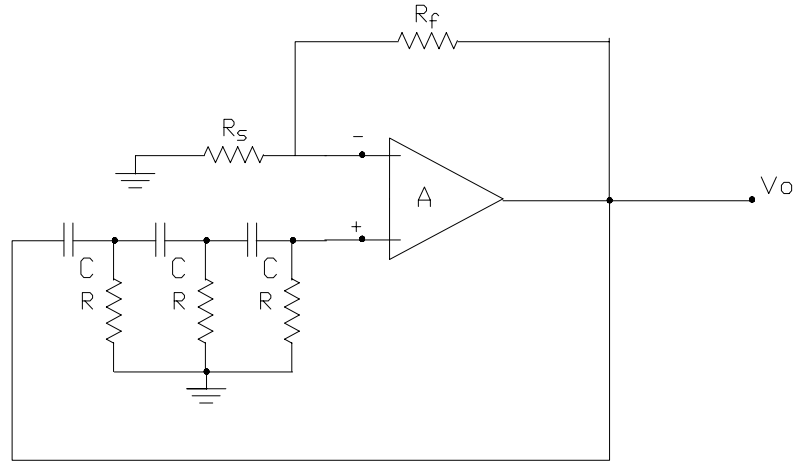


Figura XIII.14

$$\frac{sCR}{1 + sCR} \quad \text{que en el régimen armónico es} \quad \frac{j \frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_1}} \quad \text{con} \quad \omega_1 = \frac{1}{CR}$$

que separando en módulo y fase resulta:

$$\frac{\omega_0}{\omega_1} = 2,155 \quad \text{por lo tanto} \quad \frac{\omega_0}{\omega_1} = 0,57735$$

$$\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega_1}\right)^2}$$

$$\phi = 90^\circ - \arctan \frac{\omega_0}{\omega_1} = 60^\circ \quad \text{y en consecuencia} \quad F_o = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1,73 \cdot C \cdot R}$$

es decir idéntica expresión a la propuesta para el circuito precedente.

Entonces, si se desea una frecuencia de oscilación $F_o = 100$ KHz. por ejemplo, si seleccionamos un capacitor $C = 30$ pF determinamos:

$$R = \frac{1}{6,28 \cdot 1,73 \cdot 30 \cdot 10^{-12} \cdot 10^5} = 30 \text{ KOhm} \quad \text{eligiendo} \quad R = 33 \text{ KOhm}$$

entonces:

$$F_1 = \frac{1}{6,28 \cdot 30 \cdot 10^{-12} \cdot 33 \cdot 10^3} = 160,8 \text{ KHz}$$

con lo cual la frecuencia de resonancia se ubicará en:

$$F_o = \frac{F_1}{1,731,73} = \frac{160.800}{1,731,73} = 93 \text{ KHz}$$

Por último, en la figura XIII.15.a. se muestra un oscilador muy simple que se puede construir utilizando un cristal piezoeléctrico, mejor conocido como cristal de cuarzo, y un inversor. Como el modelo eléctrico del cristal es un circuito resonante, tal como se indica en la figura XIII.15.b., mediante el circuito propuesto se puede conseguir un control muy preciso de la frecuencia, así como estabilidades en el intervalo de varias partes por millón en la variación de frecuencia sobre un rango de temperaturas de operación típico. Para su realización se encuentran disponibles cristales de cuarzo en frecuencias de 10 KHz a 10 MHz..

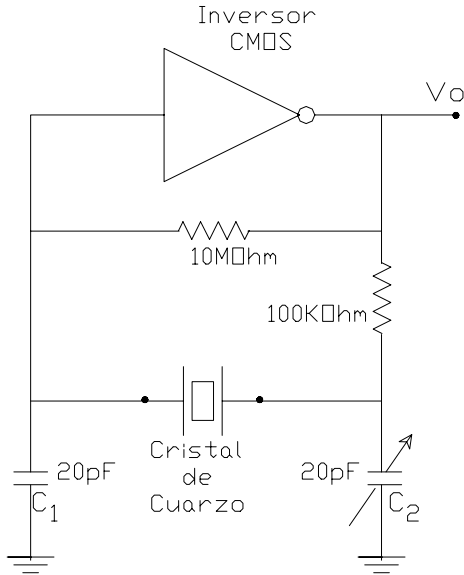


Figura XIII.15.a.

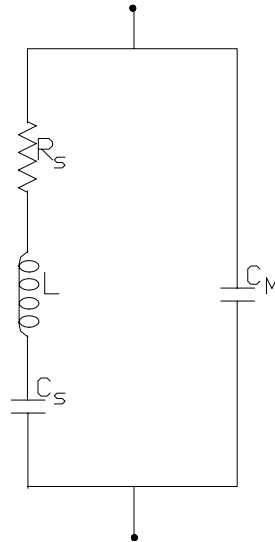


Figura XIII.15.b.

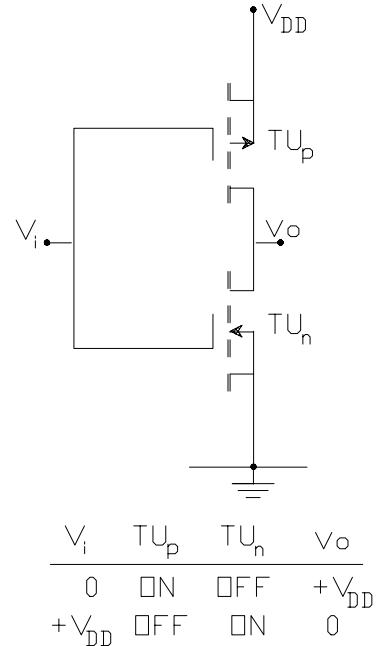


Figura XIII.15.c.

A título informativo en la figura XIII.15.c se presenta un circuito Inversor CMOS típico que se podría utilizar en el oscilador a cristal.

XIII.4.- MULTIPLICADOR ANALOGICO A BASE DE TRANSISTORES BIPOLARES:

Cuando se estudió la linealidad de un amplificador diferencial se estableció que, dado el circuito indicado en la figura XIII.16., y a partir de la ecuación (IV.48.) el valor total de las corrientes en cada rama de dicho circuito resultó ser:

$$i_{c1} = \frac{I_{CQ3}}{1 + e^{(v_d/V_T)}} \quad e \quad i_{c2} = \frac{I_{CQ3}}{1 + e^{-(v_d/V_T)}}$$

entonces la tensión de salida diferencial entre ambos colectores resulta ser:

$$v_o = (i_{c1} - i_{c2}) \cdot R_C = \Delta i_c \cdot R_C$$

y dado que matemáticamente se puede demostrar que:

$$\Delta i_c = I_{CQ3} \cdot \tanh \frac{v_d}{2 \cdot V_T}$$

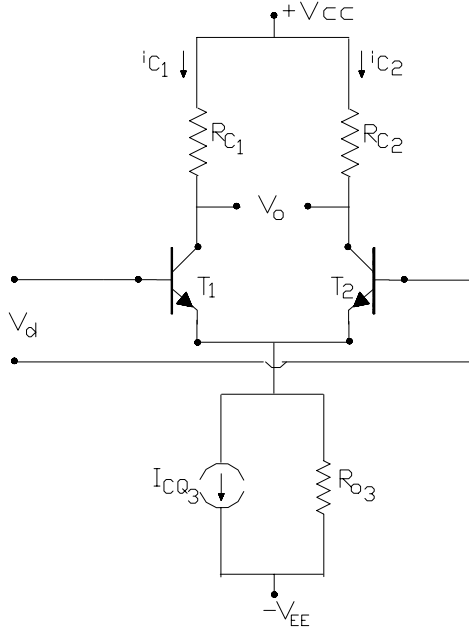


Figura XIII.16.

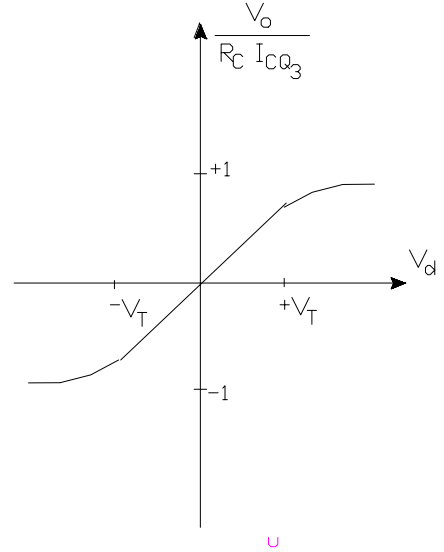


Figura XIII.17.

resulta que dicha tensión de salida diferencial es:

$$v_o = R_C \cdot I_{CQ3} \cdot \tanh \frac{v_d}{2 V_T}$$

que representada en forma normalizada se presenta en la figura XIII.17. En ella y tal como se viera con anterioridad, si la tensión de excitación de modo diferencial (v_d) se limita por debajo de la tensión térmica ($V_T = 25 \text{ mV}$) dicha curva de transferencia se puede aproximar a la linealidad de modo que con un error inferior al 20 % se puede considerar:

$$\Delta i_c = I_{CQ3} \cdot \frac{v_d}{2 \cdot V_T} \quad \text{y en consecuencia} \quad v_o = R_C \cdot I_{CQ3} \cdot \frac{v_d}{2 \cdot V_T}$$

Ahora, si con una segunda señal hacemos variar la corriente de la fuente de corriente I_{C3} cambiando la fuente $-V_{EE}$ por una segunda señal v_{i2} se tendrá que:

$$I_{C3} = \frac{v_{i2} - V_{BEu}}{R} \quad \text{y entonces la tensión de salida será:} \quad v_o = R_C \cdot \frac{v_{i2} - V_{BEu}}{R} \cdot \frac{v_d}{2 \cdot V_T}$$

de modo que el circuito así concebido funciona como multiplicador de las señales v_{i2} y v_d entre sí y se puede concretar con el esquema que se indica en la figura XIII.18. en donde $v_{i1} = v_d$.

Sin embargo dado que para que el esquema espejo salga de la condición de corte se debe superar la tensión de umbral base emisor, la segunda señal de entrada debe ser: $v_{i2} > 0,7 \text{ V}$ por lo que el circuito puede multiplicar solo a partir de dicho umbral y en consecuencia recibe la denominación de multiplicador de dos cuadrantes, siendo esta una importante restricción en aplicaciones de sistemas de telecomunicaciones.

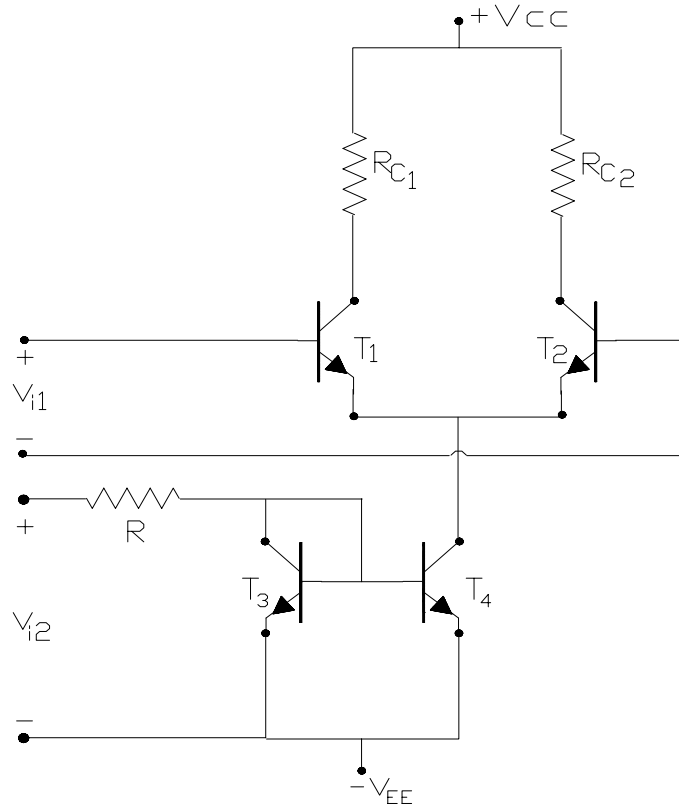


Figura XIII.18.

Dicha limitación se puede subsanar mediante una configuración circuital tal como la que se representa en la figura XIII.19. , que es conocida como Multiplicador GILBERT. En este nuevo circuito se trata de producir una multiplicación entre dos señales que puedan variar en sentido positivo o negativo un cierto rango de tensión operando linealmente, principio operativo que se reconoce como multiplicador de cuatro cuadrantes.

En dicho circuito:

$$i_{c3} = \frac{i_{c1}}{1 + e^{-(v_1/V_T)}} \quad e \quad i_{c4} = \frac{i_{c1}}{1 + e^{(v_1/V_T)}}$$

y en forma similar:

$$i_{c6} = \frac{i_{c2}}{1 + e^{-(v_1/V_T)}} \quad e \quad i_{c5} = \frac{i_{c2}}{1 + e^{(v_1/V_T)}}$$

mientras que también:

$$i_{c1} = \frac{I_{EE}}{1 + e^{-(v_2/V_T)}} \quad e \quad i_{c2} = \frac{I_{EE}}{1 + e^{(v_2/V_T)}}$$

En consecuencia:

$$\Delta i_c = i_{c3-4} - i_{c5-6} = i_{c3} + i_{c5} - (i_{c4} + i_{c6})$$

$$\Delta i_c = (i_{c3} - i_{c6}) - (i_{c4} - i_{c5})$$

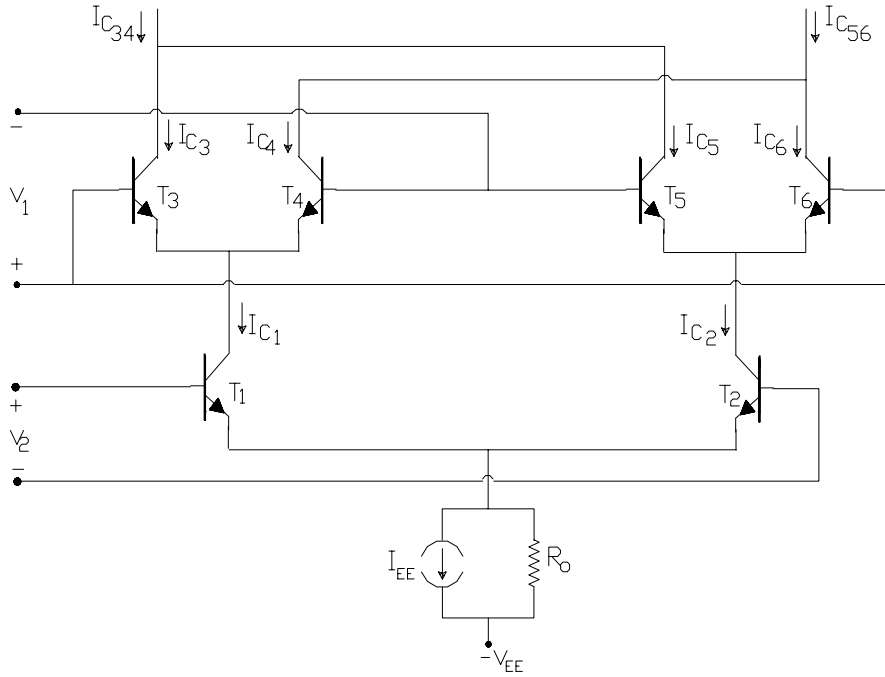


Figura XIII.19.

luego:

$$\Delta i_c = \frac{I_{EE}}{[1 + e^{-(v_1/V_T)}][1 + e^{-(v_2/V_T)}]} - \frac{I_{EE}}{[1 + e^{-(v_1/V_T)}][1 + e^{(v_2/V_T)}]} - \left\{ \frac{I_{EE}}{[1 + e^{(v_1/V_T)}][1 + e^{-(v_2/V_T)}]} - \frac{I_{EE}}{[1 + e^{(v_1/V_T)}][1 + e^{(v_2/V_T)}]} \right\}$$

con lo cual introduciendo la definición de la tangente hiperbólica se tiene:

$$\Delta i_c = I_{EE} \cdot \tanh\left(\frac{v_1}{2 \cdot V_T}\right) \cdot \tanh\left(\frac{v_2}{2 \cdot V_T}\right) \quad (\text{XIII.12.})$$

Se pueden pensar tres aplicaciones diferentes según la magnitud de v_1 y v_2 :

a) Si v_1 y v_2 son inferiores a $50 \text{ mV} = 2 \cdot V_T$, dado que

$$\tanh x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \dots \quad \text{con } x < 1 \quad \text{resulta} \quad \tanh x = x \text{ aproximadamente}$$

$$\Delta i_c = I_{EE} \cdot \left(\frac{v_1}{2 \cdot V_T}\right) \cdot \left(\frac{v_2}{2 \cdot V_T}\right) \quad (\text{XIII.13.})$$

el circuito funciona como un multiplicador analógico pero con la limitación del rango dinámico en las tensiones de entrada.

Si se deseara ampliar dicho rango se pueden colocar en las entradas algún circuito cuya transferencia sea inversa a la tangente hiperbólica, tal como por ejemplo se indica en la figura XIII.20.

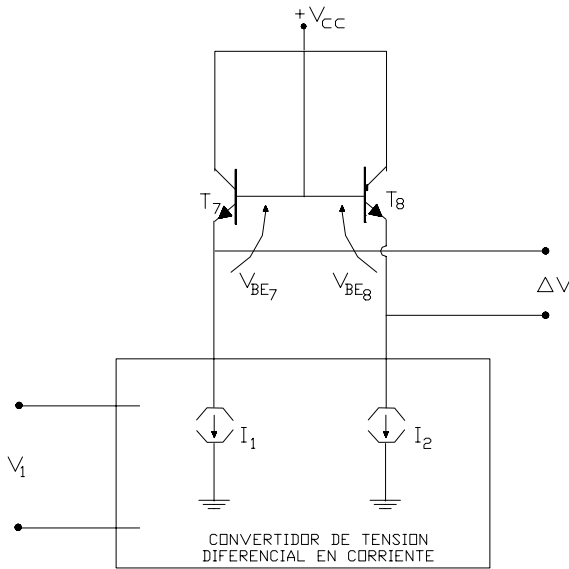


Figura XIII.20.

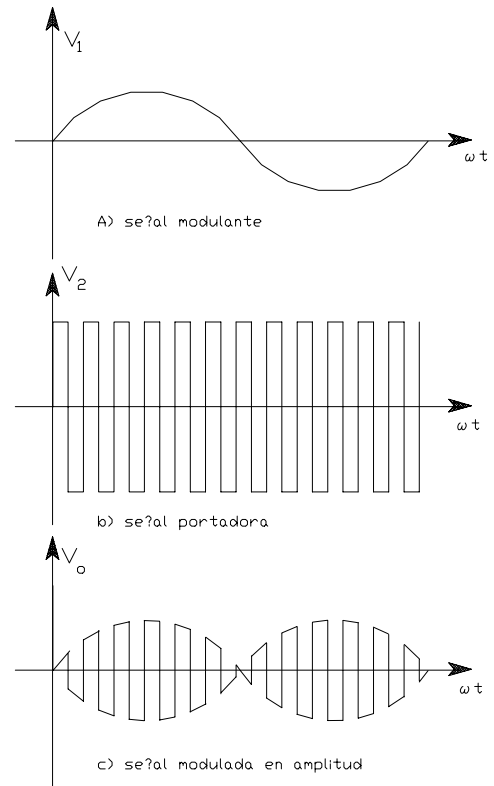


Figura XIII.21

Para la entrada de v_2 , es decir para el circuito amplificador diferencial formado por los transistores T_1 y T_2 la linealización de la función transferencia tangente hiperbólica puede lograrse introduciendo la realimentación corriente-serie mediante el agregado de resistencias en serie en sus circuitos de emisor. El mismo tipo de solución no puede incorporarse en las otras dos etapas diferenciales ($T_3 - T_4$ y $T_5 - T_6$) ya que de hacerlo se anularía el principio de funcionamiento multiplicador derivado de la característica exponencial del diodo base-emisor.

b) Si solo una de las tensiones de entrada (v_1 por ejemplo) se mantiene dentro del régimen lineal y la restante (en nuestro ejemplo v_2) se hace una señal de gran amplitud. En este caso se consigue lo que se denomina un modemodulador balanceado, en el cual v_1 es v_m , denominada señal modulante y v_2 es v_c se la llama señal portadora o señal modulada. Así por ejemplo, si:

$$v_1 = v_m(t) = V_{max} \cdot \cos(\omega t)$$

y si v_2 es una señal de onda cuadrada de gran amplitud y de mayor frecuencia que la correspondiente a la señal modulante ($\omega_c > \omega_m$), tal como gráficamente se indica en las figuras XIII.21.a. y XIII.21.b. , respectivamente, la tensión a la salida del modulador Gilbert es:

$$v_o = \Delta i_c \cdot R_c$$

y si para v_c empleamos la serie de Fourier para describirla:

$$v_c(t) = A_1 \cdot \cos(\omega_c t) + A_2 \cdot \cos(2\omega_c t) + A_3 \cdot \cos(3\omega_c t) + A_4 \cdot \cos(4\omega_c t) + \dots$$

en donde:

$$A_1 = \frac{4 \cdot \sin(1.90^\circ)}{1. \pi} = \frac{4}{\pi} ; \quad A_2 = \frac{4 \cdot \sin(2.90^\circ)}{2. \pi} = 0 ; \quad A_n = \frac{4 \cdot \sin(n.90^\circ)}{n. \pi}$$

dicha señal de salida es:

$$v_o(t) = K [v_c(t) \cdot v_m(t)]$$

$$v_o(t) = K \cdot \{ A_1 \cdot V_{max} \cdot \cos(\omega_c t) \cdot \cos(\omega_m t) + A_3 \cdot V_{max} \cdot \cos(3\omega_c t) \cos(\omega_m t) + A_5 V_{max} \cdot \cos(5\omega_c t) \cdot \cos(\omega_m t) + \dots \}$$

es decir, en general:

$$v_o(t) = K \cdot \left[\sum_{n=1}^{\alpha} A_n \cdot V_{max} \cdot \cos(n \cdot \omega_c t) \cdot \cos(\omega_m t) \right]$$

que también puede expresarse como:

$$v_o(t) = K \cdot \left\{ \sum_{n=1}^{\alpha} \frac{A_n \cdot V_{max}}{2} \cdot [\cos(n \cdot \omega_c + \omega_m)t] + \cos[(n \cdot \omega_c - \omega_m)t] \right\} \quad \text{(XIII.14.)}$$

que se representa en la figura XIII.21.c. y en donde K representa la ganancia diferencial de bajo nivel. El espectro de esta señal es de componentes ω_m por arriba de cada armónica de ω_c y ω_m por debajo de las mismas, pero sin componente alguna en la frecuencia portadora o pulsación ω_c que es una característica especial de los llamados moduladores balanceados, muy utilizada en los sistemas de telecomunicaciones con modulación de Amplitud (AM) ya que permite economizar energía al no irradiar portadora. Luego de la modulación, la señal es filtrada dejando pasar solo aquellas componentes (o bandas laterales) que resulten de interés, como por ejemplo $(\omega_c + \omega_m)$ y $(\omega_c - \omega_m)$ (DBL o Doble Banda Lateral) o bien como ocurre en los sistemas denominados SSB (Single Side Band) o BLU (Banda Lateral Única) o BLI (Banda Lateral Independiente), todos ellos utilizados profesionalmente en la banda de frecuencias de H.F. (High Frequency) comprendidas entre los 3 y los 30 MHz. Aproximadamente.

En cambio si una componente de continua se superpone con la señal modulante, es decir, ahora:

$$v_1 = v_m(t) = V_{max} \cdot [1 + M \cdot \cos(\omega t)]$$

el resultado es una modulación tal que a la salida se agrega a lo ya descrito una componente a la frecuencia portadora fundamental y sus correspondientes armónicas, tal como se indica a continuación:

$$v_o(t) = K \cdot \left\{ \sum_{n=1}^{\alpha} A_n \cdot V_{max} \cdot \left[\cos(n \cdot \omega_c t) + \frac{M}{2} \cdot \cos[(n \cdot \omega_c + \omega_m)t] + \frac{M}{2} \cdot \cos[(n \cdot \omega_c - \omega_m)t] \right] \right\}$$

en donde a M se lo conoce como índice o profundidad de modulación..

La componente de C.C. puede ser introducida intencionalmente para con ello obtener una modulación de amplitud convencional o bien puede ser el resultado de una tensión residual o de Offset en la salida del dispositivo previo que provee a la señal de información o modulante, lo cual produciría la presencia de portadora indeseable en la salida del modulador balanceado o de portadora suprimida.

Estos circuitos actúan en modo de trasladar la información originalmente contenida en la señal modulante $V_m(t)$ y concentrada a la frecuencia F_m hacia el espacio espectral sobre componentes ubicadas cerca de las frecuencias de las componentes armónicas de la frecuencia alta correspondiente a la señal portadora $V_c(t)$

Pero asimismo estos circuitos moduladores balanceados pueden realizar la operación inversa, es decir la demodulación, esto es la extracción de información desde la banda de frecuencias cercana a la portadora y reubicándola otra vez en su original baja frecuencia.

En dichas traslaciones de frecuencia (de la información) señales de dos diferentes frecuencias y una de amplitud suficiente, son aplicadas a ambas entradas del multiplicador analógico, y las componentes suma o diferencia de las frecuencias son filtradas a la salida.

c) Pero si al mismo circuito se le aplican a las entradas dos señales exentas de modulación de amplitud alguna, idénticas en frecuencia (F_0) y de gran amplitud, el mismo se comporta como detector de fase, dado que en su salida la componente de continua obtenida a raíz de su producto, es proporcional a la diferencia de fase entre ambas señales de entrada. Por ejemplo se pueden considerar las dos señales de onda cuadrada, en principio de igual amplitud y de igual frecuencia, tal como las que se indican en la figura XIII.22.a y XIII.22.b. Debe notarse que existe una cierta diferencia de fase Φ entre ambas.

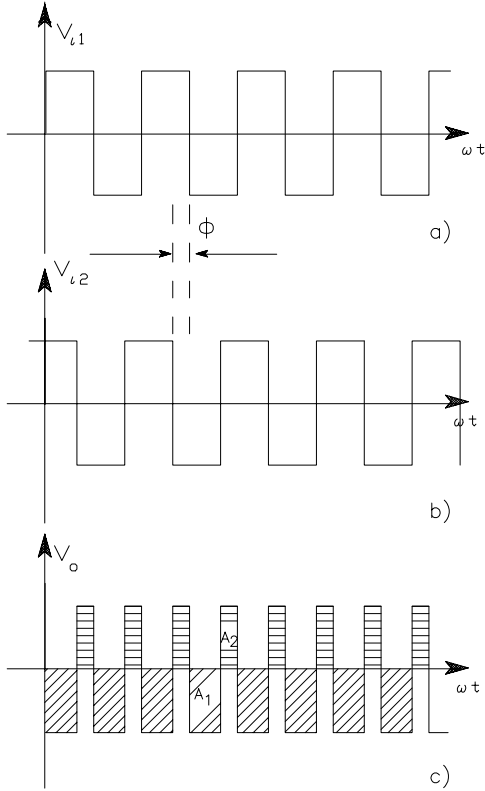


Figura XIII.22.

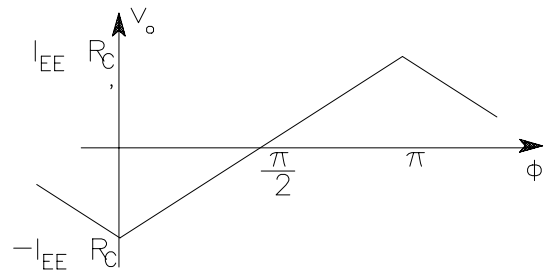


Figura XIII.23.

Consideramos que tanto V_{i1} como V_{i2} poseen amplitud suficiente de modo que todos los transistores del circuito multiplicador operan como llaves pero sin llegar a saturarse. El resultado del producto se observa en la figura XIII.22.c., notándose una cierta componente de continua derivada de que:

$$(A_1 - A_2) > 0 \quad \text{vale decir que} \quad V_{oC.C.} = \frac{-1}{\pi} \cdot (A_1 - A_2)$$

que en consecuencia, resulta proporcional a la diferencia de fase Φ , o sea:

$$V_{oC.C.} = - \left[I_{EE} \cdot R_C \cdot \frac{(\pi - \Phi)}{\pi} - I_{EE} \cdot R_C \cdot \frac{\Phi}{\pi} \right] \quad \text{con lo cual} \quad V_{oC.C.} = I_{EE} \cdot R_C \cdot \left(\frac{2 \cdot \Phi}{\pi} - 1 \right) \quad \text{(XIII.15.)}$$

expresión esta última que se ha representado gráficamente en la figura XIII.23.

Esta técnica de demodulación de fase es ampliamente utilizada en los dispositivos denominados Lazos de Enganche de Fase o PLL.

En lo que precede se ha considerado que las formas de onda de las dos señales de entrada son ondas cuadradas de gran amplitud, sin embargo si tales señales poseen una amplitud considerable, su forma de señal no reviste ninguna importancia con tal que el multiplicador simplemente conmute desde un estado al otro inmediatamente con el cruce por cero de la misma. En el caso en el cual la amplitud de una o de ambas señales de entrada es comparable con o menor que la tensión térmica V_T , el circuito aun así actúa como un detector de fase. Sin embargo, la tensión de salida en este caso dependerá tanto de la diferencia de fase como de la amplitud de las dos formas de señal de entrada. La operación del circuito en esta modalidad será considerada más adelante.

XIII.5.- LAZOS DE ENGANCHE DE FASE (PLL):

Si bien el principio de funcionamiento de estos dispositivos fue concebido hace varias décadas atrás, recién comenzaron a ser comercialmente utilizados cuando la tecnología integrada permitió que fuesen realizados a relativamente bajo costo. Entonces su utilización comenzó a ser particularmente atractiva tanto en los demoduladores de frecuencia (FM), en los demoduladores de stereo, detectores de tonos, sintetizadores de frecuencia, y muchos más. Lo que haremos en este capítulo será una revisión de su principio de funcionamiento, más tarde analizaremos analíticamente su desempeño bajo la condición de lazo enganchado y finalmente discutiremos algunas aplicaciones en base a algún circuito integrado lineal PLL.

XIII.5.1.- Principio de Funcionamiento de un PLL:

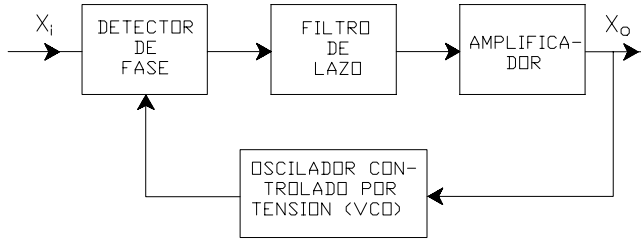
En la figura XIII.24 se representa un diagrama en bloques correspondiente a un PLL básico. Los elementos del sistema son un comparador de fase, un filtro de lazo, un amplificador y un oscilador controlado por tensión (VCO). Este último es simplemente un oscilador en el cual su frecuencia de oscilación es proporcional a una diferencia de potencial externamente aplicada al mismo.

Cuando el lazo se encuentra enganchado y una señal periódica ingresa al mismo, el VCO oscila a una frecuencia igual a la frecuencia de la señal de entrada. El detector de fase produce una señal de continua o de muy baja frecuencia, cuya amplitud resulta proporcional a la diferencia de fase entre la señal de entrada y la señal generada a la salida del VCO.

Dicha señal proporcional a la diferencia de fase es posteriormente filtrada al pasar por el filtro del lazo y amplificada, y posteriormente aplicada a la entrada de control del VCO. Si por ejemplo la frecuencia de la señal de entrada al PLL cambia levemente, la diferencia de fase entre la señal del VCO y la de entrada comenzará a incrementarse con el tiempo (una pequeña diferencia de frecuencia puede ser considerada como un desfase).

Esto producirá un cambio en la tensión de control aplicada al VCO en modo tal de modificar la frecuencia de oscilación del mismo para tratar de seguir a la frecuencia de la señal de entrada. Esto quiere decir que el lazo se mantiene enganchado y así la tensión de control aplicada al VCO resulta proporcional a la frecuencia de la señal de entrada. Esta característica hace que el PLL sea particularmente útil para la demodulación de señales de FM, en donde la frecuencia de la señal de entrada varía en el tiempo conteniendo la deseada información. El rango de frecuencias de la señal de entrada a través del cual el lazo se mantiene enganchado se denomina rango de enganche.

Un aspecto importante en la característica de funcionamiento de un PLL es el proceso de captura, mediante el cual el lazo pasa a la condición de enganchado partiendo de la condición de oscilación libre del VCO hasta que la frecuencia del mismo se engancha con la de la señal de entrada. En la situación previa, cuando el PLL no está enganchado aún, el VCO opera u oscila a la frecuencia que corresponde a una tensión de control nula, esta frecuencia es llamada frecuencia central o frecuencia de oscilación libre. Cuando una señal periódica de frecuencia próxima a la frecuencia central del VCO es aplicada a la entrada del PLL, el mismo puede o no engancharse con ella, dependiendo ello de un cierto número de factores. El proceso de captura es inherentemente de naturaleza no lineal y seguidamente pasaremos a describirlo de manera cualitativa.



X_i : Señal de entrada - X_o : Señal de salida

Figura XIII.24.

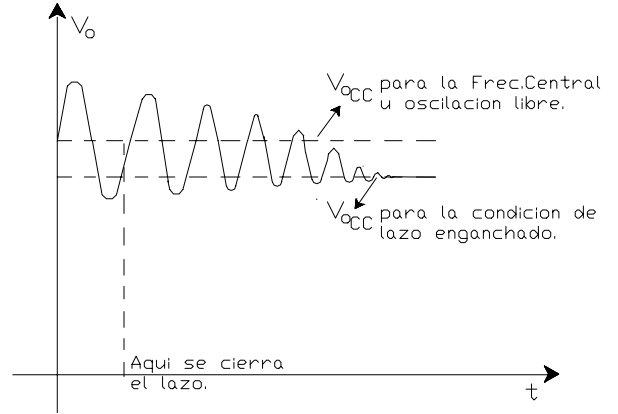


Figura XIII.25.

Para ello, en primer lugar supongamos que el lazo permanece abierto entre el filtro del lazo y la entrada de control del VCO y que aquella señal de frecuencia cercana, pero no igual a la frecuencia de oscilación libre, se encuentra aplicada a la entrada del PLL. El detector de fase es usualmente del tipo analizado precedentemente, pero para el presente estudio cualitativo asumiremos que el detector de fase es simplemente un multiplicador analógico, el cual multiplica a las dos sinusoides entre si. De esta manera a la salida del multiplicador/detector de fase se tiene la sumatoria de componentes de frecuencia suma y diferencia de sus entradas, asumiendo también que las componentes suma de frecuencias son lo suficientemente altas que resultan filtradas por el filtro pasa bajos. Así a la salida del filtro pasa bajos se obtendrá una senoide de frecuencia igual a la diferencia entre la frecuencia central del VCO y la frecuencia de la señal de entrada al PLL.

A partir de estas condiciones supongamos producir un inmediato cierre del lazo y en consecuencia la senoide diferencia de frecuencia es ahora aplicada a la entrada del VCO. Su presencia a la entrada causará que la frecuencia de oscilación del VCO comience a variar siguiendo una ley senoidal en función del tiempo. Permítase asumir que la frecuencia de la señal de entrada al PLL es menor que la frecuencia central del VCO. De esta manera la frecuencia de oscilación del VCO es modificada como una función del tiempo moviéndose alternativamente de manera de acercarse a la frecuencia de la señal de entrada o alejándose del valor de la misma. La salida del detector de fase es casi senoidal cuya frecuencia es la diferencia entre la frecuencia del VCO y la frecuencia de la señal de entrada. Cuando la frecuencia del VCO se aleje (con respecto a la frecuencia de la señal de entrada) su frecuencia de oscilación se corre hacia arriba en frecuencias. Cuando la frecuencia del VCO se acerca a la de la señal de entrada su frecuencia de oscilación disminuye.

Si examinamos el efecto que estas variaciones producen en la salida del detector de fase, nosotros veremos que la frecuencia de esta forma de señal casi sinusoidal se va reduciendo cuando su amplitud incremental es negativa y por el contrario aumenta cuando su amplitud es positiva. Esto causa que la salida del detector de fase presente una forma de onda asimétrica durante el procedimiento de captura, tal como la que se representa en la figura XIII.25.

Esta asimetría en la forma de señal introduce una componente de continua en la salida del detector de fase que hace cambiar la frecuencia media del VCO moviéndola hacia la frecuencia de la señal de entrada al PLL, por lo que dicha diferencia de frecuencia gradualmente va decreciendo.

Una vez que el sistema se encuentra enganchado, por supuesto, la diferencia de frecuencias cae a cero y solamente una tensión de C.C. queda presente a la salida del filtro pasa bajos.

El rango de captura del lazo es aquel rango de frecuencias de entrada alrededor de la frecuencia central, dentro del cual el lazo puede pasar de la condición desenganchado a la condición de enganche.

El tiempo de puesta a punto (pull-in time) es el tiempo requerido por el lazo para capturar la señal, tiempo este que depende tanto de la ganancia propia del lazo así como del ancho de banda del filtro del lazo. Dicho filtro cumplimenta además, el objetivo de frenar componentes de frecuencia diferencia resultado de la presencia de señales interferentes a la entrada del PLL pero alejadas de la frecuencia central. Ello al mismo tiempo provee una memoria para el lazo para el caso en que hallándose enganchado, momentáneamente pierda el enganche debido a una potente interferencia. Reduciendo la banda de paso del filtro del lazo se mejora el rechazo de las señales fuera de banda, pero al mismo tiempo disminuye el rango de captura y el tiempo de puesta a punto comienza a ser mas alto, y el margen de fase del lazo se empeora.

XIII.5.2.- El PLL en la Condición Enganchado:

Bajo las condiciones de lazo enganchado, una relación lineal existe entre la tensión de salida del detector de fase y la diferencia de fase entre las señales de oscilación del VCO y la de entrada. Este hecho permite que el PLL pueda ser analizado usando los conceptos de los sistemas lineales realimentados, cuando el mismo opere en la condición enganchado. Una representación o diagrama de bloques del sistema operando en dicha modalidad se presenta en la figura XIII.26.

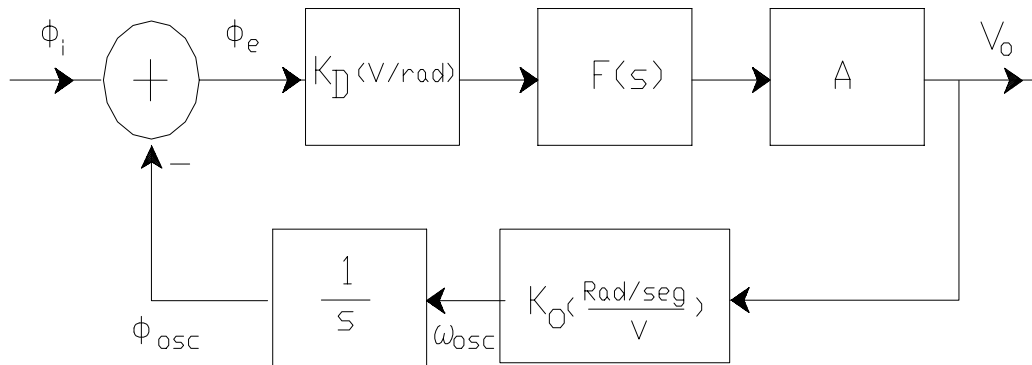


Figura XIII.26.

En ella la ganancia del comparador de fase se ha denominado K_D (en V/rad. de diferencia de fase) mientras que con $F(s)$ se ha interpretado a la función transferencia del filtro del lazo y una ganancia en la transferencia directa del lazo se reconoce con A .

Por su parte la "ganancia" del VCO se tiene en cuenta a través de la transferencia K_O (en Rad./ segundos por volt). Si una tensión de entrada constante es aplicada a la entrada de control del VCO, la frecuencia de oscilación del mismo permanece constante. Sin embargo, el comparador de fase es sensible a la diferencia entre la fase de la señal de salida del VCO y la fase de la señal de entrada al PLL. La fase de la salida del VCO es en esta instancia igual a la integral en el tiempo de la frecuencia de salida del VCO. En consecuencia, mientras:

$$\omega_{osc}(t) = \frac{d \phi_{osc}(t)}{d t}$$

por lo tanto:

$$\phi_{osc}(t) = \phi_{osc}(t)_{t=0} + \int_0^t \omega_{osc}(t) \cdot dt$$

Esta integración inherentemente tiene lugar dentro del lazo de enganche de fase. Esta integración es representada por el block $(1/s)$ en el diagrama de la figura XIII.26.

Por razones de orden práctico, el oscilador controlado por tensión es en la actualidad diseñado de modo que para una tensión en la entrada de control (por ejemplo V_o) nula, la frecuencia de la señal de salida del VCO no es cero. La relación entre la frecuencia de salida del VCO ω_{osc} , y V_o es entonces:

$$\omega_{OSC} = \omega_o + K_o \cdot V_o$$

donde ω_o , es la frecuencia de oscilación libre o frecuencia central que se genera cuando $V_o = 0$.

De esta manera el sistema de la figura XIII.26. puede ser considerado como un sistema lineal realimentado, en el cual la función transferencia a lazo cerrado resulta ser:

$$\frac{V_o}{\phi_i} = \frac{K_D \cdot F(s) \cdot A}{1 + K_D \cdot F(s) \cdot A \cdot (K_o / s)} = \frac{s \cdot K_D \cdot F(s) \cdot A}{s + K_D \cdot K_o \cdot F(s) \cdot A}$$

Usualmente estaremos interesados en la respuesta de este lazo frente a variaciones de frecuencia en la entrada, de modo que la variable de entrada es la frecuencia con preferencia a la fase. Así mientras

$$\omega_i = \frac{d \phi_i}{d t} \quad \text{entonces:} \quad \omega_i(s) = s \cdot \phi_i(s)$$

y en consecuencia:

$$\frac{V_o}{\omega_i} = \frac{1}{s} \cdot \frac{V_o}{\phi_i} = \frac{s \cdot K_D \cdot F(s) \cdot A}{s + K_D \cdot K_o \cdot F(s) \cdot A}$$

En primer término consideraremos el caso en el cual retiramos del circuito al filtro del lazo y en consecuencia $F(s) = 1$. El sistema en este caso es reconocido como lazo de primer orden, para el cual nosotros tendremos:

$$\frac{V_o}{\omega_i} = \frac{K_v}{s + K_v} \cdot \frac{1}{K_o} \quad \text{(XIII.16.)}$$

en donde:

$$K_v = K_o \cdot K_D \cdot A$$

De esta forma el lazo inherentemente produce una característica de transferencia pasa bajos de primer orden. Si recordamos que en dicha característica nosotros consideramos como variable de entrada a la frecuencia de la señal de entrada, la respuesta calculada precedentemente, entonces, es realmente la respuesta que se obtiene a partir de una modulación de frecuencia en la portadora de entrada en donde la salida es la tensión de salida del lazo, proporcional a dicha modulación de frecuencia.

La constante precedentemente descrita como K_v es denominado ancho de banda del lazo. Si el lazo se encuentra enganchado con la señal portadora, y la frecuencia de dicha portadora se hace variar senoidalmente en el tiempo al ritmo de señal modulante de frecuencia ω_m , entonces una señal senoidal de frecuencia ω_m será obtenida a la salida del PLL. Cuando ω_m se incremente por encima de K_v , la magnitud de la señal senoidal a la salida falla. El ancho de banda del lazo (K_v), entonces es el ancho de banda efectivo para la señal modulante que debe ser demodulada por el PLL. En términos de parámetros del lazo, K_v es simplemente el producto de la ganancia del detector de fase, la ganancia del VCO y cualquier otra ganancia (en términos eléctricos) dentro del lazo. El lugar de raíces de este polo simple que dispone la ganancia del lazo K_v , es presentado ahora en la figura XIII.27.a. en tanto que la respuesta en frecuencia también se representa en la misma figura. El comportamiento del lazo frente a variaciones en la frecuencia de la señal de entrada es también ilustrada en la figura XIII.27.b., la cual se ha elaborado en base al siguiente ejemplo numérico.

Para el PLL supondremos:

$$K_o = 2 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1 \text{ KHz}}{V} \right) ; \quad K_v = 500 \left(\frac{1}{\text{seg.}} \right) ; \quad F_o = 500 \text{ Hz}$$

en donde F_o es la frecuencia de oscilación libre, en este caso calculamos V_o para señales de entrada de frecuencia de 250 Hz y de 1 KHz que es el problema típico que se presenta en un decodificador tonal o en el discado por tonos:

$$V_o = \frac{\omega_i - \omega_o}{K_o} \quad \text{con} \quad \omega_o = 2 \cdot \pi \cdot F_o$$

Para 250 Hz :

$$V_o = \frac{2 \cdot \pi \cdot 250 - 2 \cdot \pi \cdot 500}{2 \cdot \pi \cdot 1000} = -0,25 \text{ V}$$

Para 1000 Hz :

$$V_o = \frac{2 \cdot \pi \cdot 1000 - 2 \cdot \pi \cdot 500}{2 \cdot \pi \cdot 1000} = +0,5 \text{ V}$$

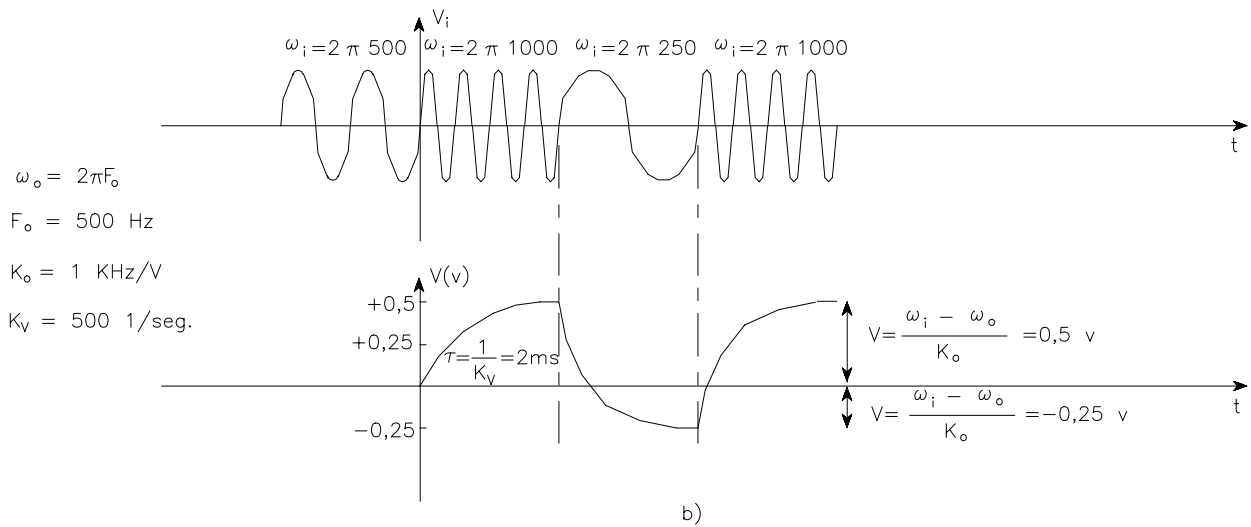
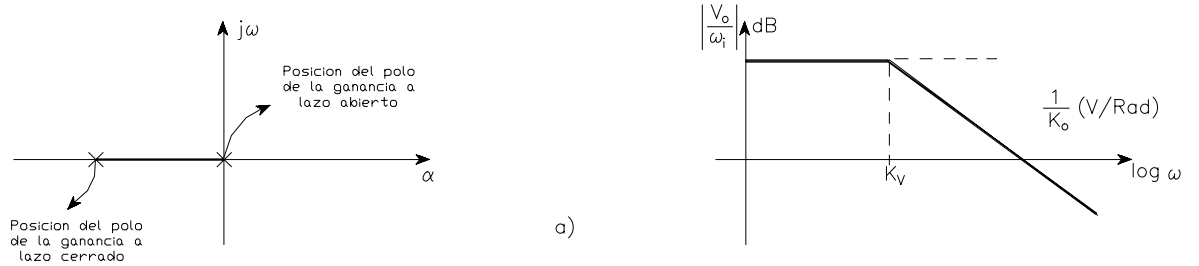


Figura XIII.27.

Se observa que dado de que el ancho de banda del PLL es la constante K_V la tensión de salida exponencialmente creciente, de acuerdo con los conceptos del "rise time" alcanzará recién el 90 por ciento del valor final (+0,5 V o -0,25 V según el caso) en $2,2/K_V = 4,4 \text{ mseg}$, por ello es que se recomienda una duración del tono de no menos de 4 períodos del tono de frecuencia mayor o idealmente el doble (8 mseg.).

Otro caso que consideraremos es aquel en que la señal de entrada es de una frecuencia modulada por una señal senoidal de pequeña amplitud y de frecuencia 100 Hz, o sea:

$$\omega_i(t) = 2 \cdot \pi \cdot 500 \text{ (Hz)} \cdot [1 + 0,1 \cdot \text{sen}(2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t)]$$

Si procedemos a determinar la señal de salida $V_o(t)$ a partir de la expresión (XIV.16.)

$$\frac{V_o(j\omega)}{\omega_i(j\omega)} = \frac{K_V}{j\omega + K_V} \cdot \frac{1}{K_o} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1000} \cdot \frac{500}{500 + j628}$$

$$\frac{V_o(j\omega)}{\omega_i(j\omega)} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 1000} \cdot (0,39 - j 0,48)$$

La magnitud o módulo de $\omega_i(j\omega)$ es:

$$[\omega_i(j\omega)] = 0,1 \cdot 500 \cdot 2 \cdot \pi = 50 \cdot 2 \cdot \pi$$

por lo que

$$V_o(j\omega) = \frac{50 \text{ Hz}}{1000 \text{ Hz}} (0,39 - j 0,48) = 0,05 \cdot (0,62 \cdot e^{-j51^\circ})$$

y finalmente considerando la proyección sobre el eje real de este vector que gira a la velocidad angular ($2\pi \cdot 100$):

$$V_o(t) = 0,031 \cdot \text{sen} (2 \cdot \pi \cdot 100 \cdot t - 51^\circ)$$

Con lo que se comprueba la obtención a la salida del PLL de una nueva señal señoidal de frecuencia 100 Hz de una amplitud de 0,031 V defasada 51° es decir de igual frecuencia y defasada 51° respecto de la señal modulante.

La operación del lazo sin la incorporación del filtro del lazo adolece de severas limitaciones de orden práctico. Es común en los circuitos integrados PLL que se incorpore como filtro del lazo y pasa bajos de primer orden (un circuito similar al usado como compensador por polo dominante o atraso de fase: R serie y C en derivación) resultando así que la transferencia a lazo cerrado pasa a tener dos polos complejos conjugados y el PLL se denomina en este caso de segundo orden.